MATEMATİK PROJE RAPORU

Doğrusal Fonksiyonlarla İfade Edilebilen Denklem ve Eşitsizlikler

1. Projenin Amacı

Bu projenin temel amacı, soyut matematiksel kavramlar olan doğrusal fonksiyonlar, denklemler ve eşitsizliklerin günlük hayattaki karşılıklarını somut bir problem üzerinden analiz etmektir. Ticari bir girişimde maliyet, gelir, kar ve zarar durumlarının matematiksel modeller yardımıyla nasıl öngörülebileceğini, başabaş noktasının grafiksel ve cebirsel olarak nasıl bulunabileceğini ortaya koymak ve bu modellerin farklı problem durumlarına uyarlanabilirliğini incelemektir.

2. Kullanılan Yöntem

Proje kapsamında **"Matematiksel Modelleme"** yöntemi benimsenmiştir. Gerçek yaşamdan seçilen bir üretim senaryosuna ait veriler doğrusal fonksiyonlara dönüştürülmüştür. Elde edilen fonksiyonlar kullanılarak bir birinci dereceden denklem ve kar/zarar sınırlarını belirleyen eşitsizlik sistemleri inşa edilmiştir. Bu modellerin çözümü hem cebirsel işlemlerle (analitik yaklaşım) hem de dik koordinat sisteminde grafik analizi (geometrik yaklaşım) yapılarak doğrulanmıştır.

3. Gerçek Yaşam Probleminin Oluşturulması

> **Problem Durumu (Özgün Tasarım Atölyesi):**
> Bir girişimci, okul çantası üretip satmak amacıyla küçük bir atölye kiralamıştır. Atölyenin aylık sabit giderleri (kira, faturalar, amortisman vb.) toplam 15.000 TL'dir. Üretilen her bir okul çantasının malzeme ve işçilik dahil değişken maliyeti ise 50 TL'dir. Girişimci, ürettiği çantaların her birini 200 TL'den satmayı planlamaktadır.

4. Denklem ve Eşitsizliklerin Belirlenmesi

Üretilen ve satılan çanta adedi x olmak üzere, problem durumuna ait doğrusal fonksiyonlar şu şekilde kurulur:

- **Maliyet Fonksiyonu C(x):** Sabit giderler ile üretilen ürün sayısına bağlı değişken giderlerin toplamıdır.

• **Gelir Fonksiyonu R(x):** Satılan ürün sayısı ile birim satış fiyatının çarpımıdır.

$$\text{Maliyet Fonksiyonu: } C(x) = 15000 + 50x$$

$$\text{Gelir Fonksiyonu: } R(x) = 200x$$

Bu duruma bağlı olarak çözülecek denklemler ve eşitsizlikler şu şekildedir:

1. **Başabaş Noktası Denklemi (Gelirin Maliyete Eşitliği):** R(x) = C(x)
2. **Kar Geçiş Eşitsizliği (Gelirin Maliyetten Fazla Olması):** R(x) > C(x)

5. Problemin Cebirsel Çözümü

Girişimcinin zarar etmemesi ve kara geçmesi için en az kaç adet çanta satması gerektiğini bulmak üzere kurulan denklemi çözelim:

$$200x = 15000 + 50x$$

$$200x - 50x = 15000$$

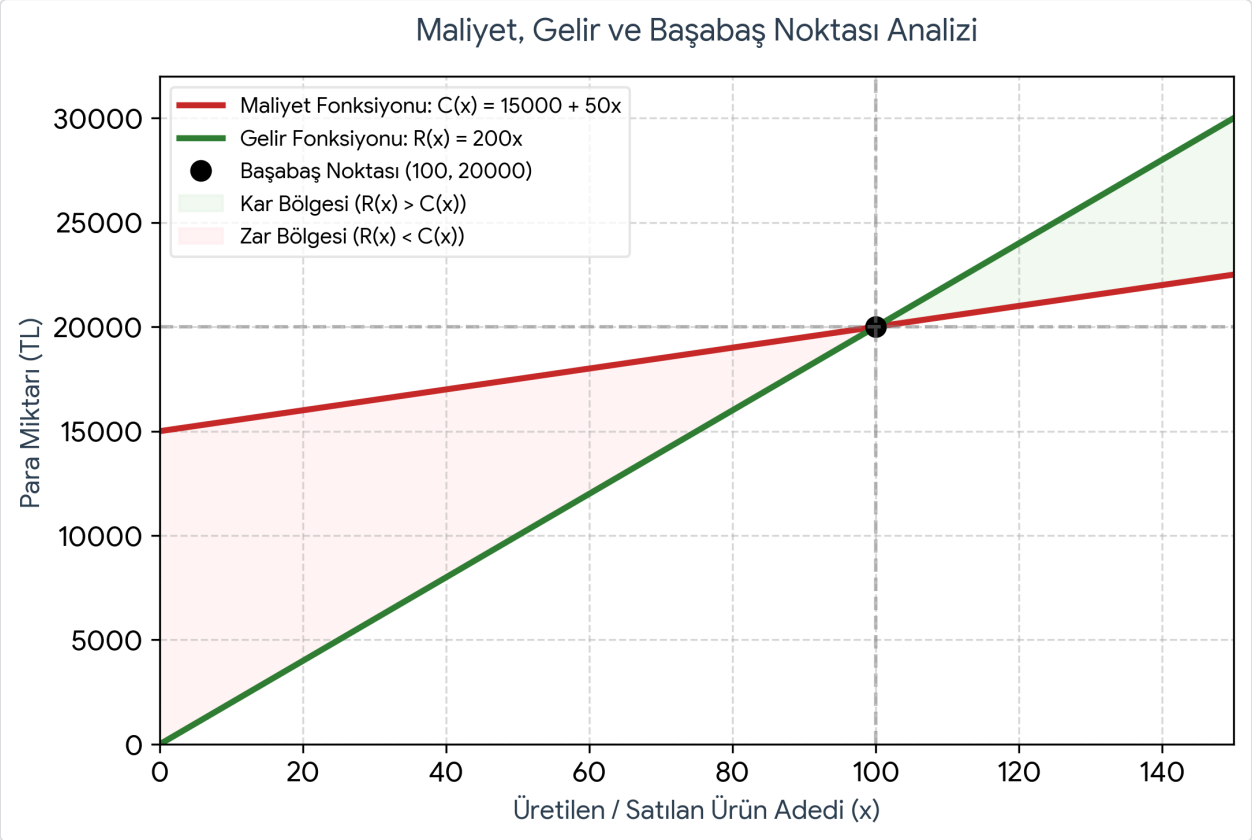
$$150x = 15000$$

$$x = 100$$

Cebirsel Sonuç: Girişimci tam olarak 100 adet çanta sattığında maliyetini karşılamakta (Başabaş noktası) ve 101. çantadan itibaren kara geçmektedir. Kara geçiş eşitsizliği olan 200x > 15000 + 50x çözüldüğünde de x > 100 eşitsizliği elde edilir.

6. Doğrusal Fonksiyon Grafiklerinden Yararlanma

Cebirsel olarak elde edilen bu sonuçlar, dik koordinat sisteminde çizilen grafikler üzerinde görselleştirildiğinde karar alma süreçlerini doğrudan kolaylaştırır:



Şekil 1: Maliyet ve gelir fonksiyonlarının kesişim (başabaş) ve kar-zarar bölgelerinin analizi.

Grafikte görüldüğü üzere, iki doğrunun kesiştiği nokta olan **(100, 20000)** noktası başabaş noktasıdır. 0 ile 100 arasındaki üretim miktarlarında maliyet doğrusu gelir doğrusunun üstünde kaldığı için kırmızı alanla gösterilen **Zar Bölgesi**; 100'den büyük değerlerde ise gelir doğrusu maliyet doğrusunun üstüne çıktığı için yeşil alanla gösterilen **Kar Bölgesi** oluşmaktadır.

7. Modelin Farklı Problem Durumlarına Uyarlanması

Bu projede geliştirilen f(x) = ax + b formundaki doğrusal modelleme, sadece ticari kar-zarar problemlerinde değil, doğrusal değişim gösteren tüm gerçek yaşam senaryolarında kullanılabilir:

- **Tarım ve Sulama Sistemleri:** Bir su deposunda kalan su miktarı ile geçen zaman arasındaki ilişki y = Depo Hacmi - (Birim Tüketim * t) denklemiyle modellenerek deponun ne zaman tükeneceği eşitsizliklerle öngörülebilir.
- **Enerji ve Faturalandırma:** Sabit bir abonelik bedeli (sabit terim) ve tüketilen kilovatsaat başına ücret (eğim katsayısı) içeren elektrik/doğalgaz faturaları bu modelle hesaplanabilir.
- **Lojistik ve Araç Kiralama:** Günlük sabit kiralama ücreti ve katedilen kilometre başına alınan ücretlendirme politikalarında alternatif firmaların ekonomiklik düzeyleri yine bu doğrusal grafik kesişimleriyle belirlenir.

8. Proje Uygulama ve Sunum Adımları

1. **Planlama:** Doğrusal artış/azalış gösteren parametrelere sahip bir üretim sektörü seçildi.
2. **Veri Toplama ve Varsayım:** Gerçekçi sabit ve değişken maliyet sınırları belirlenerek problem kurgulandı.
3. **Modelleme:** Veriler C(x) ve R(x) doğrusal fonksiyonlarına dönüştürülerek denklem kurularak çözüldü.
4. **Görselleştirme:** Çözümün daha net anlaşılması adına Python yardımıyla iki boyutlu analitik grafik oluşturuldu.
5. **Raporlama:** Elde edilen tüm çıktılar akademik bir dille ve imla kurallarına dikkat edilerek bu raporda birleştirildi.