PERFORMANS GÖREVİ

Karesel, Karekök ve Rasyonel Referans Fonksiyonların Nitel Özellikleri

Referans Fonksiyonların Grafiklerine Uygulanan Dönüşümlerin Cebirsel Temsilde Oluşturduğu Değişimin İncelenmesi

Alan	Bilgi
Ders	Matematik
Konu	Karesel, Karekök ve Rasyonel Referans Fonksiyonlar ve Dönüşümler
Beklenen Performans	İnceleme yapma ve sunum hazırlama
Görev Türü	Performans Görevi (Rapor + Sunum Planı)
Tarih	30 Temmuz 2026

Görevin Amacı: Bu performans görevinde karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlarının nitel özellikleri (tanım kümesi, görüntü kümesi, simetri, artan/azalan aralıklar, tepe/başlangıç noktası, asimptotlar) incelenmiş; bu fonksiyonların grafiklerine uygulanan öteleme, yansıma ve genişleme-daralma dönüşümlerinin fonksiyonun cebirsel temsilinde (a, h, k parametrelerinde) oluşturduğu değişim adım adım araştırılmış ve örneklerle desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

1. Çalışma Planı ve Takvimi
2. İzlenecek Adımlar
3. Referans Fonksiyonlar ve Nitel Özellikleri
   3.1 Karesel Referans Fonksiyon $f(x) = x^2$
   3.2 Karekök Referans Fonksiyon $f(x) = \sqrt{x}$
   3.3 Rasyonel Referans Fonksiyon $f(x) = 1/x$
4. Dönüşümlerin Genel Cebirsel Yapısı
5. Dönüşümlerin Nitel Özelliklere Etkisi
   5.1 Karesel Fonksiyonda Dönüşümler
   5.2 Karekök Fonksiyonda Dönüşümler
   5.3 Rasyonel Fonksiyonda Dönüşümler
6. Örnek Uygulamalar
7. Sunum Hazırlığı İçin Öneriler
8. Genel Değerlendirme ve Sonuç

1. Çalışma Planı ve Takvimi

Göreve başlamadan önce araştırma, inceleme ve sunum hazırlığı aşamalarını kapsayan 6 günlük bir çalışma planı oluşturulmuştur.

Gün	Yapılacak İş	Süre
1. Gün	Karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonların tanımları, grafik şekilleri ve nitel özellikleri (tanım/görüntü kümesi, simetri, tepe/başlangıç noktası, asimptotlar) araştırıldı.	1,5 saat
2. Gün	Dönüşüm kavramları (dikey/yatay öteleme, yansıma, genişleme-daralma) araştırıldı; genel dönüşüm formu g(x) = a·f(x-h) + k not edildi.	1,5 saat
3. Gün	Her referans fonksiyon için dönüşüm öncesi ve sonrası nitel özellikleri karşılaştıran tablolar hazırlandı.	1,5 saat
4. Gün	Üç referans fonksiyon için birer örnek dönüşüm seçilerek cebirsel temsildeki değişim adım adım incelendi.	1,5 saat
5. Gün	Elde edilen bulgular yazılı rapor hâline getirildi; sunum için slayt akışı planlandı.	1,5 saat
6. Gün	Rapor ve sunum planı gözden geçirilerek son hâline getirildi; PDF ve Word biçiminde düzenlendi.	1 saat

Toplam süre: *yaklaşık 9 saat / 6 gün.*

2. İzlenecek Adımlar

1. Karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonların genel formları ve tanımları belirlendi.
2. Her fonksiyon için tanım kümesi, görüntü kümesi, simetri durumu, artan/azalan aralıklar ve (varsa) asimptotlar incelendi.
3. Dönüşüm türleri (dikey/yatay öteleme, dikey/yatay yansıma, dikey/yatay genişleme-daralma) tanımlandı.
4. g(x) = a·f(x-h) + k genel dönüşüm biçimi her referans fonksiyona ayrı ayrı uygulanarak cebirsel temsildeki değişim incelendi.
5. Her parametrenin (a, h, k) grafik üzerindeki ve cebirsel ifade üzerindeki etkisi tablolar hâlinde karşılaştırıldı.
6. Üç fonksiyon türü için birer örnek üzerinden dönüşüm öncesi ve sonrası nitel özellikler karşılaştırıldı.
7. Bulgular; hem yazılı rapor hem de sunuma dönüştürülebilecek bir slayt planı olarak düzenlendi.

3. Referans Fonksiyonlar ve Nitel Özellikleri

Bu bölümde karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonların temel (dönüşümsüz) hâlleri incelenmiş; her biri için tanım kümesi, görüntü kümesi, simetri, artan/azalan aralıklar ve varsa asimptot bilgileri belirlenmiştir.

3.1 Karesel Referans Fonksiyon $f(x) = x^2$

Nitel Özellik	Değer / Açıklama
Tanım kümesi	R (tüm gerçek sayılar)
Görüntü kümesi	[0, ∞)
Simetri	y eksenine göre simetrik (çift fonksiyon): f(-x) = f(x)
Tepe noktası	(0, 0)
Açılma yönü	Yukarı (a = 1 > 0)
Artan / azalan aralıklar	x < 0 için azalan, x > 0 için artan
Kökler	x = 0 (çift kök)
Grafik biçimi	Orijin merkezli, yukarı açılan parabol

3.2 Karekök Referans Fonksiyon $f(x) = \sqrt{x}$

Nitel Özellik	Değer / Açıklama
Tanım kümesi	[0, ∞)
Görüntü kümesi	[0, ∞)
Simetri	Yok (ne çift ne tek fonksiyondur)
Başlangıç noktası	(0, 0)
Artan / azalan aralıklar	Tüm tanım kümesinde artandır
Kökler	x = 0
Grafik biçimi	Orijinden başlayan, giderek yavaşlayan artan bir eğri (yarı parabol görünümü)

3.3 Rasyonel Referans Fonksiyon $f(x) = 1/x$

Nitel Özellik	Değer / Açıklama
Tanım kümesi	R - {0}
Görüntü kümesi	R - {0}
Simetri	Orijine göre simetrik (tek fonksiyon): f(-x) = -f(x)
Düşey asimptot	x = 0
Yatay asimptot	y = 0
Artan / azalan aralıklar	(-∞, 0) ve (0, ∞) aralıklarının her ikisinde de azalandır
Kökler	Yoktur (grafik x eksenini hiç kesmez)
Grafik biçimi	1. ve 3. bölgelerde yer alan, iki dallı hiperbol

4. Dönüşümlerin Genel Cebirsel Yapısı

Bir f(x) referans fonksiyonuna uygulanan dönüşümler, genel olarak aşağıdaki cebirsel yapı ile ifade edilir:

g(x) = a · f(x - h) + k

Bu yapıda yer alan a, h ve k parametreleri fonksiyonun grafiğini farklı şekillerde etkilerken, fonksiyonun cebirsel temsilinde de doğrudan değişikliğe yol açar:

Parametre	Dönüşüm Türü	Etkisi
k	Dikey öteleme	k > 0 ise grafik yukarı, k < 0 ise aşağı ötelenir; tüm y değerlerine k eklenir.
h	Yatay öteleme	h > 0 ise grafik sağa, h < 0 ise sola ötelenir; x yerine (x-h) yazılır.
|a| > 1	Dikey genişleme	Grafik y ekseni yönünde |a| kat uzar (daha 'dar/dik' görünür).
0 < |a| < 1	Dikey daralma	Grafik y ekseni yönünde daralır (daha 'yassı/geniş' görünür).
a < 0	x eksenine göre yansıma	Grafik x eksenine göre ters çevrilir; artan aralıklar azalana, azalan aralıklar artana döner.

Bu görevde inceleme, matematik müfredatında bu düzeyde en sık ele alınan a, h ve k parametreleri üzerinden yürütülmüştür; yatay yönde genişleme-daralma ve yansıma (x yerine b·x kullanımı) benzer mantıkla fakat x ekseni yönünde gerçekleşir.

5. Dönüşümlerin Nitel Özelliklere Etkisi

Bu bölümde g(x) = a·f(x-h) + k genel dönüşümü, üç referans fonksiyonun her birine ayrı ayrı uygulanarak nitel özelliklerin (tepe/başlangıç noktası, asimptotlar, tanım/görüntü kümesi, simetri, artan/azalan aralıklar) nasıl değiştiği incelenmiştir.

5.1 Karesel Fonksiyonda Dönüşümler: $g(x) = a(x - h)^2 + k$

Nitel Özellik	$f(x) = x^2$	$g(x) = a(x-h)^2 + k$
Tepe noktası	(0, 0)	(h, k)
Simetri ekseni	x = 0	x = h
Açılma yönü	Yukarı (a=1>0)	a > 0 ise yukarı, a < 0 ise aşağı
Tanım kümesi	R	R (değişmez)
Görüntü kümesi	[0, ∞)	a > 0 ise [k, ∞); a < 0 ise (-∞, k]
Artan / azalan	x<0 azalan, x>0 artan	a>0: x<h azalan, x>h artan (a<0 ise ters)

5.2 Karekök Fonksiyonda Dönüşümler: $g(x) = a\sqrt{(x - h)} + k$

Nitel Özellik	$f(x) = \sqrt{x}$	$g(x) = a\sqrt{(x-h)} + k$
Başlangıç noktası	(0, 0)	(h, k)
Tanım kümesi	[0, ∞)	[h, ∞)
Görüntü kümesi	[0, ∞)	a > 0 ise [k, ∞); a < 0 ise (-∞, k]
Simetri	Yok	Yok
Artan / azalan	Tanım kümesinde artan	a > 0 ise artan kalır; a < 0 ise azalana döner

5.3 Rasyonel Fonksiyonda Dönüşümler: $g(x) = a/(x - h) + k$

Nitel Özellik	$f(x) = 1/x$	$g(x) = a/(x-h) + k$
Düşey asimptot	x = 0	x = h
Yatay asimptot	y = 0	y = k
Tanım kümesi	R - {0}	R - {h}
Görüntü kümesi	R - {0}	R - {k}
Simetri merkezi	(0, 0)	(h, k) noktasına göre nokta simetrik
Artan / azalan	Her iki dalda da azalan	a > 0 ise azalan kalır; a < 0 ise artana döner

6. Örnek Uygulamalar

Bu bölümde her referans fonksiyon türü için birer örnek dönüşüm seçilmiş; dönüşüm sonrası elde edilen fonksiyonun nitel özellikleri, a, h, k parametreleri kullanılarak adım adım belirlenmiştir.

Örnek 1 — Karesel Fonksiyon

$$g(x) = -2(x + 3)^2 + 5$$

Bu ifade $a(x-h)^2 + k$ biçimiyle karşılaştırıldığında: **a = -2**, **h = -3**, **k = 5** olduğu görülür.

8. **Tepe noktası:** (h, k) = (-3, 5)
9. **Simetri ekseni:** x = -3
10. **Açılma yönü:** a = -2 < 0 olduğundan parabol aşağı açılır (maksimum değer vardır).
11. **Genişleme/daralma:** |a| = 2 > 1 olduğundan grafik referans fonksiyona göre dikey yönde 2 kat genişlemiştir (daha dar görünür).
12. **Görüntü kümesi:** (-∞, 5]
13. **Artan/azalan:** x < -3 için artan, x > -3 için azalandır.

Örnek 2 — Karekök Fonksiyonu

$$g(x) = 3\sqrt{(x - 4)} - 1$$

Bu ifadede **a = 3**, **h = 4**, **k = -1**'dir.

14. **Başlangıç noktası:** (4, -1)
15. **Tanım kümesi:** [4, ∞) — referans fonksiyona göre 4 birim sağa ötelenmiştir.
16. **Görüntü kümesi:** [-1, ∞) — referans fonksiyona göre 1 birim aşağı ötelenmiştir.
17. **Genişleme/daralma:** a = 3 > 1 olduğundan grafik dikey yönde 3 kat genişlemiştir.
18. **Artan/azalan:** a > 0 olduğundan fonksiyon, referans fonksiyon gibi tüm tanım kümesinde artandır.

Örnek 3 — Rasyonel Fonksiyon

$$g(x) = -1/(x + 2) + 3$$

Bu ifadede **a = -1**, **h = -2**, **k = 3**'tür.

19. **Düşey asimptot:** x = -2
20. **Yatay asimptot:** y = 3
21. **Tanım kümesi:** R - {-2}
22. **Görüntü kümesi:** R - {3}
23. **Simetri merkezi:** (-2, 3) noktasına göre nokta simetriktir.
24. **Artan/azalan:** a = -1 < 0 olduğundan referans fonksiyonun aksine, fonksiyon her iki dalda da artandır.

7. Sunum Hazırlığı İçin Öneriler

Bu raporda yer alan içerik, aşağıdaki slayt akışı ile bir sunuma dönüştürülebilir. Her slaytta ilgili grafiğin görselinin ve önce/sonra karşılaştırmasının yer alması anlaşılırlığı artıracaktır.

Slayt	İçerik
1	Kapak: görev adı, ad-soyad, tarih
2	Çalışma planı ve takvimi
3	İzlenecek adımlar
4-6	Karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonların grafiği ve nitel özellik tabloları (birer slayt)
7	Genel dönüşüm formu g(x) = a·f(x-h) + k ve parametrelerin anlamı
8-10	Her fonksiyon için dönüşüm öncesi/sonrası nitel özellik karşılaştırma tabloları
11-13	Örnek uygulamalar (karesel, karekök, rasyonel) — adım adım çözüm
14	Genel değerlendirme ve sonuç

Sunumda her örnek için referans fonksiyon ile dönüşmüş fonksiyonun grafiklerinin aynı eksen üzerinde gösterilmesi, a, h, k parametrelerinin etkisinin görsel olarak daha kolay anlaşılmasını sağlar.

8. Genel Değerlendirme ve Sonuç

Bu performans görevinde karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonların nitel özellikleri incelenmiş; bu fonksiyonlara uygulanan g(x) = a·f(x-h) + k biçimindeki dönüşümlerin cebirsel temsilde oluşturduğu değişim sistematik biçimde ortaya konmuştur. İncelemede görülmüştür ki h parametresi her üç fonksiyonda da yatay öteleme, k parametresi dikey öteleme, a parametresi ise dikey genişleme/daralma ve gerektiğinde yansıma etkisi yaratmaktadır.

Fonksiyona özgü referans noktaların (karesel fonksiyonda tepe noktası, karekök fonksiyonda başlangıç noktası, rasyonel fonksiyonda asimptotların kesiştiği nokta) dönüşüm sonrası (h, k) noktasına taşındığı gözlenmiştir. Ayrıca a parametresinin işareti, her üç fonksiyon türünde de artan-azalan aralıkların yön değiştirmesine (yansımaya) yol açmaktadır.

Sonuç olarak, referans fonksiyonların nitel özelliklerini bilmek; bu fonksiyonlara uygulanan dönüşümlerin hem grafik hem de cebirsel temsil üzerindeki etkisini önceden kestirebilmeyi mümkün kılmaktadır. Bu durum, fonksiyonlar konusunun farklı fonksiyon aileleri arasında transfer edilebilir, genel bir anlama çerçevesi sunduğunu göstermektedir.